

**RALLYE MATHEMATIQUE DE SAVOIE 2004-2005 – Cycle 3 - Manche n°2**  
 Quelques pistes pour une exploitation possible des problèmes de la première manche.

**Problème 1**

J'ai exactement 9 ans et demi dit Lucie.

**Combien de mois a-t-elle ?**

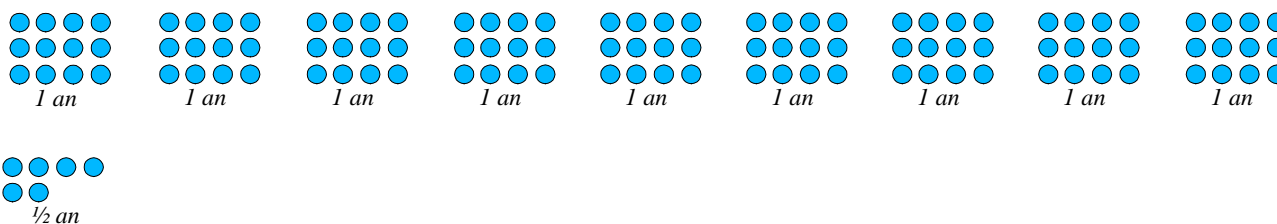
\_\_\_\_\_

**Difficultés :** la notion de « demi »  
 situation « multiplicative » (qui peut se résoudre par additions répétées)

**Résolution :**

**Démarche experte :** Utilisation de la **multiplication**  
 $1 \text{ an} = 12 \text{ mois}$      $\text{P}$      $9 \text{ ans} = 9 \times 12 = 108 \text{ mois}$   
 $\frac{1}{2} \text{ an} = 6 \text{ mois}$   
 $9 \text{ ans et demi}$      $\text{P}$      $108 + 6 = 114 \text{ mois}$

**Autre démarche :** Passage par la représentation (dessin) ou la manipulation (jetons) et le comptage (**additions répétées**)



**Problème 2**

Une course cycliste oppose 35 coureurs. Il y a trois étapes. La première mesure 158 km. La deuxième est de même longueur que la première. La troisième étape a 22 km de plus que la deuxième.

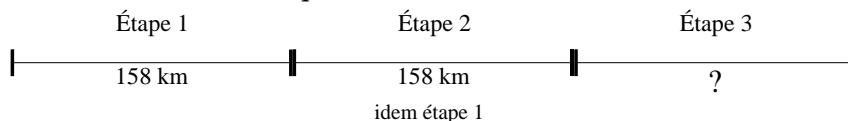
**Quelle est la distance totale à parcourir ?**

\_\_\_\_\_

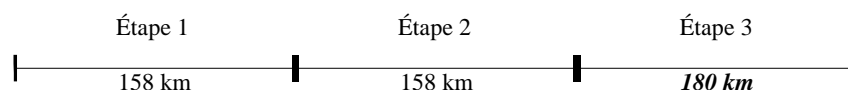
**Difficultés :** Données inutiles (35 coureurs)  
 Problème à étapes : il y a un **calcul intermédiaire** pour calculer la longueur de la 2ème étape

**Résolution :** Schématisation de la situation. Les problèmes de distance peuvent toujours se représenter avec le même type de schéma (analogie avec la ligne numérique.)

On porte d'abord sur le schéma **tout ce que l'on connaît...**



On calcule ensuite la longueur de la 3<sup>ème</sup> étape...  $158 + 22 = 180 \text{ km}$   
 ... et on porte le résultat sur le schéma.



**Résultat :**  $158 + 158 + 180 = 496 \text{ km}$

**Problème 3**

Chaque matin, je mange 3 biscuits. Lundi soir, il m'en restait encore 16.

**Quel soir ne me restera-t-il plus qu'un biscuit ?**

\_\_\_\_\_

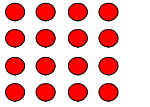
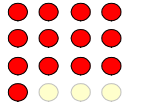

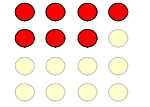
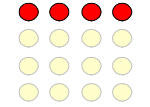
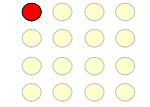
**Difficultés :** Compréhension de la situation, lecture  
 Problème des écarts (1<sup>er</sup> jour, 2<sup>ème</sup> jour, etc., matin, soir,

**Résolution :** Plusieurs démarches possibles :

**Démarche experte :** On cherche en combien de jours on mange les 16 biscuits  
 Utilisation des **multiples de 3** :  $3 \times 5 = 15$  reste 1 biscuit  
 On peut donc manger des biscuits **pendant 5 jours**  
 Soit les matins de **MARDI, MERCREDI, JEUDI, VENDREDI** et **SAMEDI**.  
 C'est donc **SAMEDI SOIR** qu'il ne restera qu'un biscuit

**Autre démarche :** Passage par la **représentation** ou la **situation jouée** (utilisation de jetons par exemple)

On a 16 jetons le lundi soir, on en enlève 3 par jour (jetons clairs)

					
Lundi soir	Mardi soir	Mercredi soir	Jeudi soir	Vendredi soir	SamEDI soir

**Problème 4**

Maxime a 16 billes. Il n'a que des billes rouges et des billes bleues. En les comptant, il s'aperçoit qu'il a exactement 3 fois plus de billes rouges que de billes bleues.

**Combien a-t-il de billes rouges ?**

\_\_\_\_\_

**Difficultés :** Visualisation de la situation  
 l'expression « 3 fois plus », confusion possible avec « 3 de plus »

**Résolution :**

**Démarche experte :** L'expert comprend que  $\frac{3}{4}$  des billes sont rouges et  $\frac{1}{4}$  des billes sont bleues  
 Il a donc  $(16 : 4) \times 3 = 12$  billes rouges  
 et  $16 - 12 = 4$  ou  $16 : 4 = 4$  billes bleues

**Vérification :**  $12 + 4 = 16$  et  $12 = 4 \times 3$  (il a bien 3 fois plus de billes rouges que de bleues)

**Autre démarche :** Par tâtonnement : 2 démarches possibles (au moins)

*On commence par les billes bleues, on en prend 3 fois plus de rouge (table de multiplication) et on calcule le total qui doit être égal à 16.*

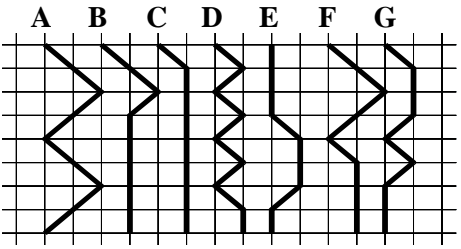
Billes bleues	Billes rouges 3 fois plus	Total
1	3	4
2	6	8
3	9	12
4	12	16

*On peut prendre 16 jetons et faire toutes les combinaisons de 2 paquets en vérifiant le rapport entre les deux (3 fois plus dans l'un que dans l'autre)*

Billes bleues	Billes rouges	Rapport
8	8	égalité
7	9	?
6	10	?
5	11	?
4	12	3 fois plus
3	13	?
2	14	7 fois plus
1	15	15 fois plus

**Problème 5**

Antoine, Boris, Camille, David, Émilie, Farida et Gaël ont chacun choisi un chemin pour traverser le quadrillage.  
 Antoine a choisi le chemin A, Boris a choisi le chemin B, etc.



**Ranger ces chemins du plus court au plus long.**

**Difficulté :** Aucune. On est en présence d'un problème de mesure avec des solutions plus ou moins rapides...

**Résolutions :**

1. Recours au **mesurage** avec une règle (elle n'était pas interdite). C'est une méthode fiable (à condition d'être précis) mais un peu **fastidieuse**
2. On peut utiliser le fait que les diagonales d'un carré sont toujours plus longues que ses côtés. On peut assimiler cela à des petits pas (sur les côtés des cases) ou à des grands pas (en diagonale). Le chemin le plus court serait la ligne droite (sur une ligne du quadrillage) et mesure 8 petits pas. Plus on fera de grands pas, plus long sera le chemin. La hiérarchie sera donc donnée par le nombre de diagonales.

Chemins	Nombre de diagonales	Ordre
A	8	7
B	3	3
C	1	1
D	7	6
E	2	2
F	5	5
G	4	4

### Problème 6

Laurent a gardé toutes les bougies de ses gâteaux d'anniversaire, depuis le premier jusqu'à aujourd'hui où il en possède 66.

**Quel âge a Laurent ?**

**Difficultés :** On serait tenté de répondre 66 ans... mais, comme Laurent a gardé toutes ses bougies, il faut ajouter les bougies de chaque anniversaire à la collection.

**Résolution :** Pas de démarche experte mais **manipulation** ou utilisation d'un **tableau**

Age	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Bougies	1	3	6	10	15	21	28	36	45	55	66	78	91

Laurent a donc 11 ans

**Note :** Ce genre de problème est un excellent moyen d'initier les élèves à l'utilisation du **tableur**.

En marge des compétences propres au B2I, cet outil s'appuie sur 2 compétences devant être maîtrisées par les élèves de cycle 3 : le **repérage dans un tableau à double entrée** (adressage des cellules) et l'**écriture de calculs sous forme d'équations simples**.

Voici pour information la copie d'écran du tableau à construire. On peut se rendre compte que les formules utilisées n'ont rien d'insurmontable.

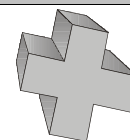
Par exemple, on doit écrire en E2 la formule =E1+D2 illustrée dans le tableau ci dessus

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1	Age	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
2	Bougies	1	=C1+B2	=D1+C2	=E1+D2	=F1+E2	=G1+F2	=H1+G2	=I1+H2	=J1+I2	=K1+J2	=L1+K2	=M1+L2	=N1+M2

NB : Ce travail peut se faire avec le tableur de la suite Open Office, logiciel **libre** et **gratuit** de très bon niveau.

### Problème 7

**Quel nombre obtient-on en ajoutant le nombre de faces et le nombre d'arêtes de ce solide en forme de croix ?**



**Difficultés :** **Perception des objets en 3 dimensions**  
**Cumul du nombre de faces et d'arêtes**

**Résolution :** Manipulation (réalisation en cubes, pâte à modeler)

Raisonnement logique

- Nombre de faces : 2 croix  
Chaque arête de la face visible est prolongée par une face rectangulaire ce qui fait 12 faces rectangulaires  
TOTAL : 14 faces
- Nombre d'arêtes :  
12 arêtes par face en forme de croix soit 24 arêtes  
une arête issue de chaque sommet de la croix soit 12  
TOTAL : 36 arêtes
- **Nombre de faces et d'arêtes : 36 + 14 = 50**

## Problème 8

**Quand on écrit avec des chiffres tous les nombres de 1 à 90 (1 et 90 compris) quel est le chiffre que l'on utilise le moins ?**

**Difficultés :** Compréhension de la situation (problème de lecture)  
Aspect fastidieux de la tâche si on pense essayer toutes les possibilités.

**Résolution :** On peut écrire TOUS les nombres de 1 à 90 et compter .... c'est long !!!

On peut aussi **raisonner** :

Entre chaque dizaines, chaque chiffre est utilisé une fois 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 **sauf le zéro** donc on utilise **9 fois chacun des chiffres**.

Chaque dizaine utilise les chiffres de 1 à 9 une fois et un zéro à chaque fois

10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90 ce qui fait **1 fois de plus pour chaque chiffre** et **9 fois le zéro**

**Au total, on utilise 10 fois les chiffres de 1 à 9 et 9 fois le zéro.**

## Problème 9

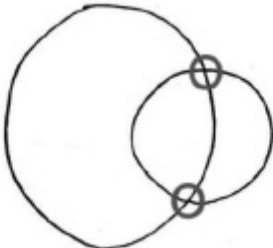
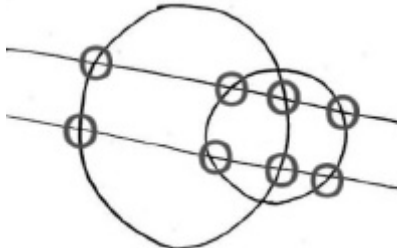
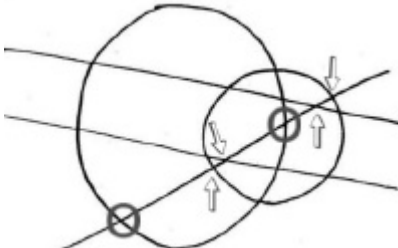
Sur une même feuille, on dessine 2 cercles de rayons différents et 3 droites dont 2 sont parallèles. On compte tous les points d'intersection que l'on obtient.

**Quel est le plus grand nombre de points d'intersection que l'on peut obtenir ?**

**Difficultés :** Vocabulaire géométriques (cercle, rayon, parallèle, point d'intersection)  
Représentation

**Résolution :** Une seule possibilité la représentation graphique. En l'occurrence, un schéma à main levée fait largement l'affaire.

Il faut procéder par ordre et faire en sorte que **chaque ligne (cercles ou droites) coupe toutes les autres**.

		
Les 2 cercles se coupent en <b>2 points</b>	Chaque droite peut couper chaque cercle en 2 points. Ce qui nous donne 4 points par droite donc <b>8 points</b>	Enfin, la droite peut couper chacun des 2 cercles en 2 points et chaque parallèle en un point soit <b>6 points</b>

**TOTAL :  $2 + 8 + 6 = 16$  points d'intersection maximum.**

**Remarque :** le schéma permet de visualiser un **raisonnement logique** qui reprend les propriétés des objets géométriques

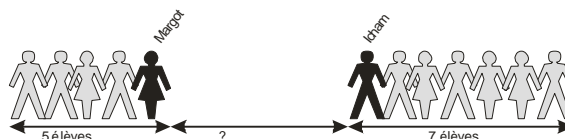
## Problème 10

Le photographe a aligné tous les élèves sur la photo de classe : Margot est 5<sup>ème</sup> à partir de la gauche, Icham est 7<sup>ème</sup> en partant de la droite. La moitié des élèves de la classe sont placés entre Margot et Icham.

**Combien y-a-t-il d'élèves dans la classe ?**

**Difficultés :** Compréhension de la situation, lecture

**Résolution :** Par la **représentation** et le **tâtonnement**



On sait donc qu'il y a 12 élèves « à l'extérieur » du groupe (par rapport à Margot et Icham)

On peut arriver au résultat par tâtonnement en utilisant un tableau :

Connus	Milieu	Total
12	8	20
12	9	21
12	10	22
12	11	23
<b>12</b>	<b>12</b>	<b>24</b>

Par le **raisonnement (démarche experte)** : S'il y a 12 élèves « à l'extérieur » du groupe (5 d'un côté et 7 de l'autre) et que la moitié de la classe est entre Margot et Icham, ces 12 élèves représentent l'autre moitié de la classe. Il y a donc  $2 \times 12$  soit 24 élèves dans la classe.

### Problème 11

Dans ce tableau de « nombres croisés » (un chiffre par case), on sait que :

	A	B
	▼	▼
C ▶		
D ▶		

- A est un multiple de 7,
- B est un multiple de 5, mais pas de 2,
- C est un multiple de 8,
- D un multiple de 11.

**Compléter le tableau par les nombres qui conviennent.**

**Difficultés :** Compréhension du problème liée aux connaissances en numération (différence entre chiffre et nombre), on doit écrire un chiffre par case et donc le nombre A s'écrit sur 2 cases  
Notion de multiples

**Résolution :** Elle s'appuie sur la connaissance des **propriétés des multiples**.  
Dans les problèmes de ce genre, il faut trouver le point de départ, c'est à dire ce dont on est sûr.

1. La 2ème phrase « B est un multiple de 5, mais pas de 2, » nous indique que ce nombre se termine obligatoirement par 5. ①
2. Ceci nous donne le nombre D (Multiple de 11 qui se finit par 5) 55 ②
3. A est multiple de 7 et se termine par 5. C'est donc 35 ③
4. Reste C qui est un multiple de 8 et qui commence par 3. Ca ne peut-être que 32 ④
5. On vérifie que B est bien multiple de 5

	A	B
	▼	▼
C ▶	③ 3	④ 2
D ▶	② 5	① 5

### Problème 13

Les commerçants d'une rue ont fait peindre leur nom sur leur vitrine : chaque lettre coûte une somme différente :

- PAUL a payé 30 €
- SEBASTIEN a payé 96 €
- PAULINE a payé 47 €
- BASTIEN a payé 71 €
- PAULE a payé 40 €

**Combien a payé INES pour faire peindre son nom ?**

**Difficultés :** Compréhension de la situation, lecture,  
Repérer les données utiles,  
Ne pas céder à la tentation de trouver la valeur de chaque lettre.

**Résolution :** Procéder par déduction (ordre et méthode).  
Comme dans le problème précédent, il faut chercher ce dont on est sûr. Pour ce faire, il faut repérer les parties communes à plusieurs nom pour en déduire la valeur d'une ou plusieurs lettres.

$$\begin{array}{l|l} PAUL = 30 & \\ PAULE = 40 & \mathbf{P} \quad E = 10 \end{array}$$

$$\begin{array}{l|l} PAULINE = 47 & \\ PAULE = 40 & \mathbf{P} \quad IN = 7 \end{array}$$

Reste à déterminer la valeur du S pour avoir la valeur de INES

$$\begin{array}{l|l} SEBASTIEN = 96 & \\ BASTIEN = 71 & \mathbf{P} \quad SE = 25 \end{array}$$

$$\begin{array}{l|l} SE = 25 & \\ E = 10 & \mathbf{P} \quad S = 15 \end{array}$$

**INES a donc payé :  $7 + 10 + 15 = 32 \text{ €}$**

### Problème 14

Magalie a choisi un nombre de trois chiffres qui se lit avec deux mots seulement. En inversant ces deux mots, elle obtient un autre nombre de trois chiffres plus grand que celui qu'elle a choisi. La différence entre ces deux nombres est égale à 593.

**Quel nombre Magalie a-t-elle choisi ?**

**Difficultés :** Compréhension de la situation, lecture,  
Être capable de faire l'inventaire de toutes les possibilités et d'en faire le tri.

**Résolution :** *Ordre et méthode*

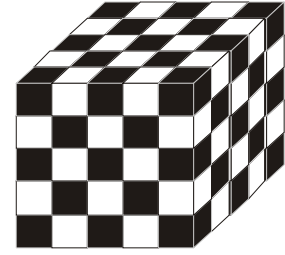
1. Faire l'inventaire des nombres de 3 chiffres qui se lisent avec deux mots seulement.
2. Écrire leur « image » inversée
3. Calculer leur différence (d'abord par *estimation* du résultat -calcul mental- puis par calcul exact)

Nombre	Nombre « inversé »	Différence
101	un cent	impossible
102	deux cent	<b>200</b>
103	trois cent	<b>300</b>
104	quatre cent	<b>400</b>
105	cent cinq	<b>500</b>
106	cent six	<b>600</b>
107	cent sept	<b>700</b>
108	cent huit	<b>800</b>
109	cent neuf	<b>900</b>
110	cent dix	impossible
111	cent onze	<b>1100</b>
112	cent douze	<b>1200</b>
113	cent treize	<b>1300</b>
114	cent quatorze	<b>1400</b>
115	cent quinze	<b>1500</b>
116	cent seize	<b>1600</b>
120	cent vingt	impossible
130	cent trente	impossible
140	cent quarante	impossible
150	cent cinquante	impossible
160	cent soixante	impossible
200	deux cent	cent deux
300	trois cent	cent trois
400	quatre cent	cent quatre
500	cent cinq	cent cinq
600	cent six	cent six
700	cent sept	cent sept
800	cent huit	cent huit
900	cent neuf	cent neuf

**Magalie avait donc choisi 593.**

## Problème 15

Un grand cube de côté 5 est composé de cubes blancs ou noirs.  
Deux cubes qui se touchent par une face sont de couleurs différentes. Les cubes des sommets sont noirs.

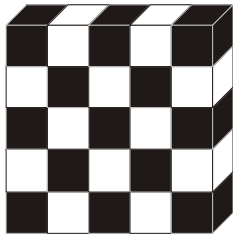
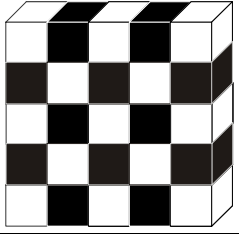


**Combien de cubes blancs a-t-on utilisés ?**

---

**Difficultés :** Perception des objets en 3 dimensions

**Résolution :** Procéder par plaques (voir tableau ci dessous)

<i>1ère plaque</i>		<i>13 cubes noirs</i>	<i>12 cubes blancs</i>
<i>2ème plaque (c'est l'inverse)</i>		<i>12 cubes noirs</i>	<i>13 cubes blancs</i>
<i>3ème plaque</i>	<i>idem 1ère</i>	<i>13 cubes noirs</i>	<i>12 cubes blancs</i>
<i>4ème plaque</i>	<i>idem 2ème</i>	<i>12 cubes noirs</i>	<i>13 cubes blancs</i>
<i>5ème plaque</i>	<i>idem 1ère</i>	<i>13 cubes noirs</i>	<i>12 cubes blancs</i>
<b>TOTAL</b>		<b><i>63 cubes noirs</i></b>	<b><i>62 cubes blancs</i></b>

**Vérification :** Il est bon d'institutionnaliser le recours à la vérification qui permet sinon de valider une solution, au moins de vérifier si elle est possible.

1. Nous sommes en présence d'un cube de 5 unités de côté. Il comporte donc  $5 \times 5 \times 5 = 125$  petits cubes

2. On a trouvé 63 cubes noirs et 62 cubes blancs soit  $63 + 62 = 125$  petits cubes

**Notre solution est donc POSSIBLE.**

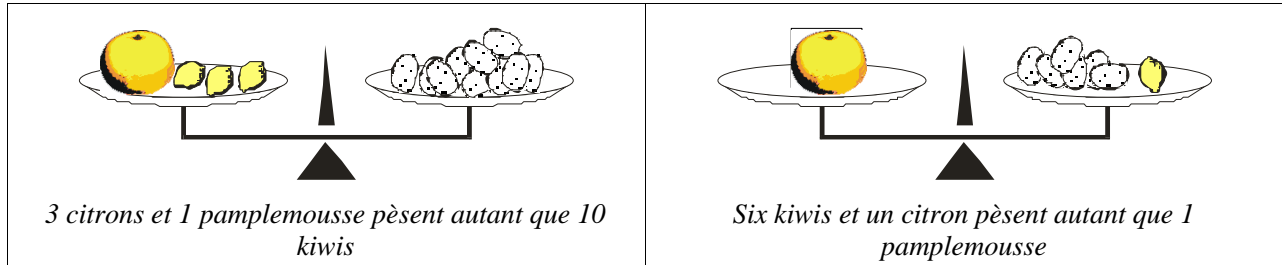
## Problème 16

Trois citrons et un pamplemousse pèsent autant que dix kiwis. Six kiwis et un citron pèsent autant qu'un pamplemousse.

**Combien faut-il de kiwis pour égaler le poids d'un pamplemousse ?**

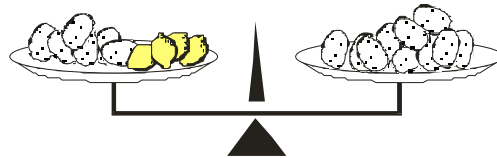
**Difficulté :** Organiser une démarche logique

**Résolution :** Procéder par *substitution* pour réduire le nombre d'objets en présence.



β

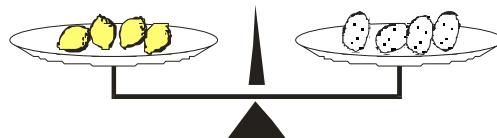
Dans la première pesée, si on peut remplacer le pamplemousse par 6 kiwi et 1 citron, on ne change pas l'équilibre.



On a alors : 6 kiwis et 4 citrons pèsent autant que 10 kiwis

β

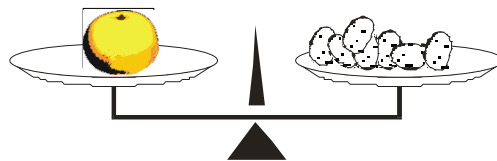
On peut supprimer 6 kiwis sur chacun des plateaux de la balance



On a alors : 4 citrons pèsent autant que 4 kiwis  
Donc 1 citron pèse autant que 1 kiwi

β

Si on remplace le citron par un kiwi dans la 2ème pesée on a :



1 pamplemousse pèse autant que 7 kiwis

**Il faut donc 7 kiwis pour égaler le poids d'un pamplemousse.**