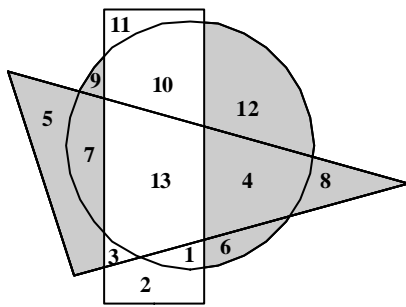
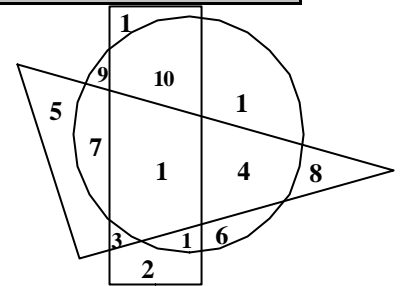


RALLYE MATHEMATIQUE DE SAVOIE 2004-2005 – Cycle 3 - Manche n°1
 Quelques pistes pour une exploitation possible des problèmes de la première manche.

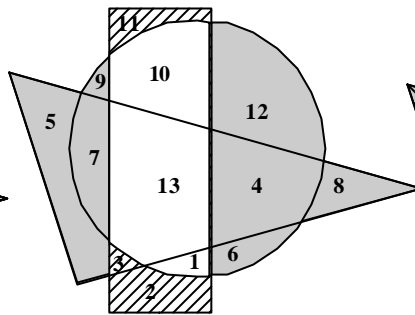
Problème 1

Quels sont les nombres situés à l'intérieur du rectangle et du cercle mais à l'extérieur du triangle ?

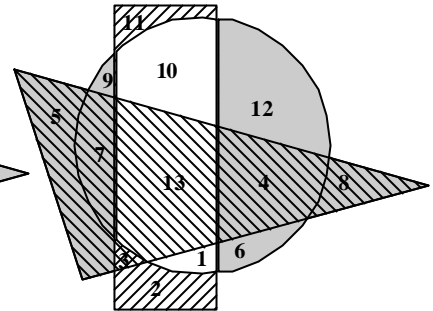
*Il s'agit du problème de lecture et de compréhension des termes topologiques.
 Les élèves peuvent procéder par élimination en colorant successivement :*



Ce qui n'est pas à l'intérieur du rectangle



Ce qui n'est pas à l'intérieur du cercle



Ce qui n'est pas à l'extérieur du triangle.

Problème 2

Des hirondelles se reposent sur un fil télégraphique. Cinq s'envolent, puis trois reviennent. Il y en a alors douze sur le fil.

Combien d'hirondelles y avait-il au début sur le fil ?

Résolution « mathématique » du problème :

$$x - 5 + 3 = 12 \quad \hat{U} \quad x = 12 - 3 + 5$$

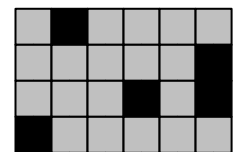
$$x = 14$$

Raisonnement à rebours :

*Il y a 12 hirondelles,
 avant l'arrivée des 3 qui sont revenues il y en avait :
 $12 - 3 = 9$
 il y en avait 5 de plus (qui se sont envolées au début...)
 donc $9 + 5 = 14$*

Problème 3

Combien de carreaux gris devez-vous peindre en noir pour que le nombre de carreaux noirs soit exactement le nombre de carreaux gris ?



Nombre total de carreaux : $6 \times 4 = 24$

Il doit y avoir $24 : 2 = 12$ carreaux gris et 12 carreaux noirs

Il manque donc : $12 - 5 = 7$ carreaux noirs.

Problème 4

Un nombre comme 2002 est un palindrome car il peut se lire de gauche à droite et de droite à gauche. Il en est de même pour les mots « elle » ou la phrase : « Esope reste ici et se repose » ou même la date 08 11 1180 (on ne tient pas compte des espaces entre les mots et les nombres.)
 Le 20 février 2002 peut s'écrire 20 02 2002 ; c'est aussi un palindrome.

Trouver la prochaine date palindrome.

Les élèves doivent procéder partâtonnement, essais / erreurs :

*En 2003 : 30022003 **P** IMPOSSIBLE, le 30 février n'existe pas*

*En 2004 : 40 02 2004 **P** IMPOSSIBLE la date ne peut excéder 31 (et même 28 pour le mois de février.)*

en 2005 : 50 02 2005 Impossible
 en 2006 : 60 02 2006 Impossible
 en 2007 : 70 02 2007 Impossible
 en 2008 : 80 02 2008 Impossible
 en 2009 : 90 02 2009 Impossible
 en 2010 : 01 02 2010 POSSIBLE
 La date cherchée est donc le 01 02 2010

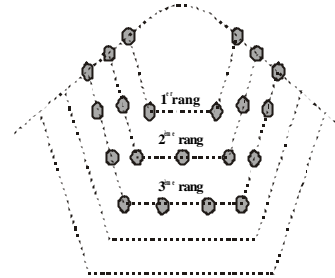
Problème 5

Odette, la grand-mère de Lionel aime beaucoup les bijoux.
L'un de ses colliers est composé de 7 rangs de perles.

De combien de perles est constitué le collier de Odette?

Les élèves peuvent représenter toutes les perles ou remarquer qu'il y a 3 perles de plus à chaque rang

$$4 + 7 + 10 + 13 + 16 + 19 + 22 = 91 \text{ perles}$$

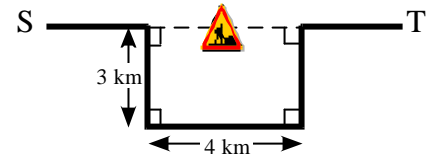


Problème 6

Sur le dessin vous pouvez voir la route entre les villes S et T, et un détour pour travaux qui empêche de suivre la ligne pointillée.

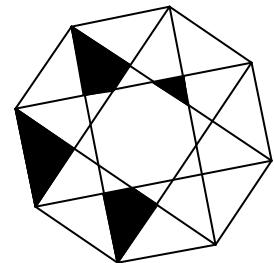
De combien rallonge-t-on le trajet en empruntant le détour ?

Le trajet est rallongé de 2 fois 3 km (la portion de 4 km aurait été faite dans le trajet normal) soit **6 km**.



Problème 7

Noircis le nombre minimum de polygones sur cette figure pour qu'elle ait un axe de symétrie



Chercher tous les axes de symétrie et transformer la figure initiale.
La recherche commune permet de trouver le plus petit nombre.

Cette figure comporte 8 axes de symétrie.

Chaque polygone qui n'est pas traversé par un axe doit être reproduit par symétrie s'il n'a pas de symétrie.

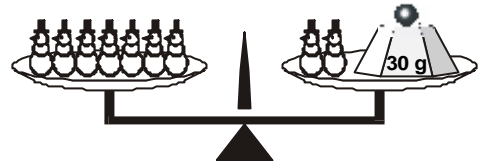
3 polygones noircis	1 polygones noircis	4 polygones noircis	4 polygones noircis
4 polygones noircis	4 polygones noircis	3 polygones noircis	3 polygones noircis

Dans le 2ème cas, il suffit de noircir un triangle pour avoir une figure symétrique.

Problème 9

Combien pèse un petit bonhomme de neige ?

Seuls le *raisonnement* et le *calcul* permettent de trouver le résultat :



8 bonshommes pèsent comme 2 bonshommes et 30 g.

On en déduit que 6 bonshommes pèsent 30 g (sur le plateau de droite, on a remplacé 6 bonshommes par une masse marquée de 30 g)

Un bonhomme pèse $30 \text{ g} : 6 = 5 \text{ g}$.

Problème 10

Une bouteille de vin et son emballage pèsent 1 kg. L'emballage pèse 900 grammes de moins que la bouteille.

Combien pèse l'emballage ?

Résolution mathématique :

Soit x le poids de l'emballage

$$x + (900 + x) = 1000 \quad \text{Ū} \quad 2x = 1000 - 900$$

$$2x = 1000$$

$$x = 50$$

Procédure par essais / erreurs

Emballage	bouteille	ensemble	
10	910	920	<i>pas assez</i>
30	930	960	<i>pas assez</i>
60	960	1020	<i>trop</i>
50	950	1000	TROUVE

Problème 11

Pierre dit à Marie: « J'ai découpé des petits rectangles de 3 cm sur 5 cm dans un grand rectangle de 15 cm sur 22 cm, sans qu'il y ait de chute ! »

Marie réfléchit et lui répond: « Tu as raison, et je sais même combien tu en as découpés et comment tu les as découpés ! »

Combien Pierre a-t-il découpé de rectangles ?

Décomposition des nombres en multiples de 3 et de 5 et représentation

$$15 \text{ cm} = 3 \times 5 \text{ cm} \quad \text{P} \quad \text{on peut donc tracer 3 ou 5 petits rectangles dans la largeur du grand.}$$

$$= 5 \times 3 \text{ cm}$$

22 n'est pas multiple de 3 ni de 5. Il faut le décomposer

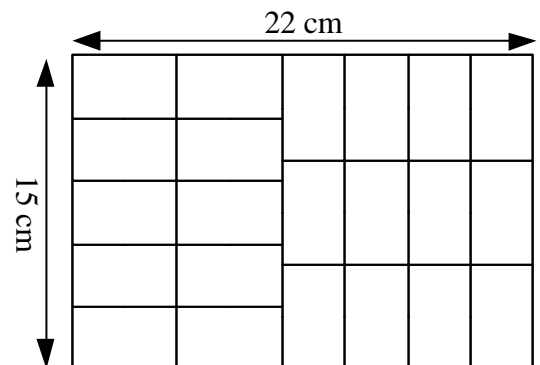
Prenons les multiples de 5 et complétons:

$$22 = 5 + 17 \quad 17 \text{ pas multiple de } 3$$

$$\boxed{22 = 10 + 12 \quad 12 \text{ multiple de } 3 \quad 2 + 4 \text{ rectangles}}$$

$$22 = 15 + 7 \quad 7 \text{ pas multiple de } 3$$

$$22 = 20 + 2 \quad 2 \text{ pas multiple de } 3$$



Il a donc découpé $(5 \times 2) + (4 \times 3) = 10 + 12 = 22$ rectangles

Problème 12

On vous présente 8 boules parfaitement identiques à tout point de vue, sauf qu'une d'entre elles est légèrement plus lourde que les autres.

La différence de poids est tellement petite qu'il est nécessaire d'utiliser une balance à plateaux pour distinguer la boule plus lourde des autres.

Quel est le nombre de pesées minimum pour identifier à coup sûr la boule la plus lourde ?

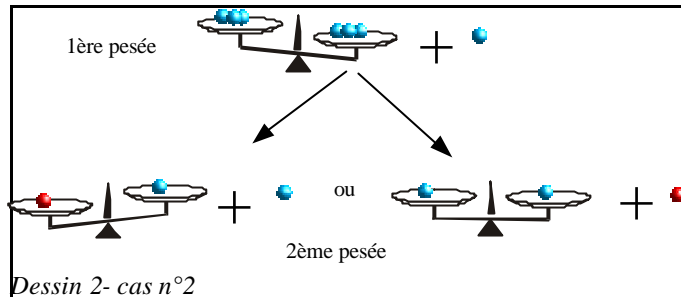
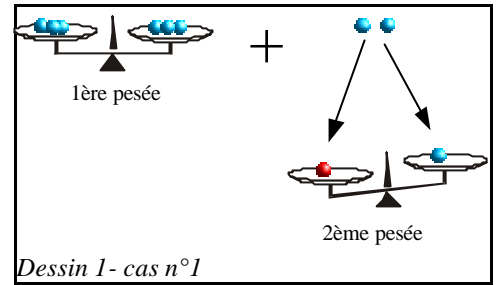
2 pesées suffisent :

1^{ère} pesée : On dispose 3 boules sur chaque plateau, il en reste 2.

2 cas de figure :

- **Cas n°1 :** les plateaux sont équilibrés et il suffit de comparer les 2 boules restantes (la plus lourde est forcément parmi elles).

- **Cas n°2 :** il y a déséquilibre et la boule se trouve dans le paquet le plus lourd. Il suffit de comparer 2 boules pour avoir la réponse



Problème 13

Evariste vient de faire la fête chez ses amis. Tout excité, il n'arrive pas à répondre aux questions de sa mère. Il était sûr qu'il y avait 5 filles à la fête :

- Il se rappelait que Biba portait du bleu et Elina portait du rouge.
- Il ne se rappelait plus de la couleur de la robe de Margot mais était certain que ce n'était pas jaune.
- Il a affirmé que Sophie et la fille en vert ont gagné au ping-pong contre Biba et la fille en jaune.
- Il trouvait que la fille vêtue en marron était la plus sympathique.

Quelle était la couleur portée par Jacquotte ?

Lecture, déduction et utilisation d'un tableau à double entrée.

Les indications données par l'énoncé sont portées dans le tableau

	Bleu	Rouge	Jaune	Marron	Vert
Biba	O	n1	N	n1	N
Elina	n1	O	n1	n1	n1
Margot	n1	n1	N	n3	o4
Sophie	n1	n1	N	o2	N
???	n1	n1	o2	n3	n3

Les cases grisées sont remplies à la simple lecture de l'énoncé (voir ci-dessous).
Les numéros indiquent l'ordre d'apparition des déductions.

Affirmation	Déduction
Il se rappelait que Biba portait du bleu et Elina portait du rouge	Déduction directe, Bleu pour Biba et Rouge pour Elina (O dans chacune des cases)
Il ne se rappelait plus de la couleur de la robe de Margot mais était certain que ce n'était pas jaune.	N dans la colonne Jaune pour Margot
Il a affirmé que Sophie et la fille en vert ont gagné au ping-pong contre Biba et la fille en jaune.	Sophie ne peut pas être en vert ni en jaune (N dans les cellules) Idem pour Biba
Il trouvait que la fille vêtue en marron était la plus sympathique.	Indication de la 5 ^{ème} couleur

Il suffit ensuite de compléter le tableau en observant que chaque « O » entraîne des « N » pour la ligne et la colonne dans lesquelles il se trouve (noté n1 dans le tableau ci-dessous)

De même quatre « N » dans une ligne ou une colonne amène un « O » dans la dernière case... (noté o4)

On continue avec les n3 puis le o4

Problème 14

Voici une table de multiplication.

Quelles sont les deux lettres qui représentent le même nombre ?

x	3	9	2	7
8	J	K	L	56
4	M	36	8	N
3	O	27	6	P
6	18	R	S	42

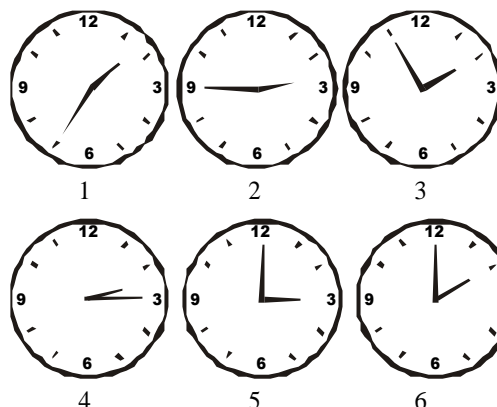
Il faut trouver par où commencer...

Étape	Interprétation des données	Déduction
1	1ère ligne : $56 = 7 \times \dots \quad 8$ 3ème colonne : 8 et 6 sont tous les 2 multiples de 2	P $L = 4$
2	1ère colonne : $18 = 6 \times \dots \quad 3$	P $J = 24$
3	3ème ligne : $\dots \times 2 = 6 \quad 3$	P $O = 9$ 2ème ligne : $\dots \times 9 = 36 \quad 4$ 2ème colonne : $3 \times \dots = 27 \quad 9$

On a alors toutes les entrées du tableau...

Après calcul, on s'aperçoit que $M = 12$ et $S = 12$

Problème 15



La pendule de l'école avance de 20 minutes, une autre retarde de 20 minutes, trois sont arrêtées, **une seule est à l'heure** :

Laquelle ?

*Il faut trouver 3 horloges ont des écarts successifs de 20 minutes.
La pendule à l'heure sera celle du milieu.*

On peut procéder par essai successifs en testant chaque pendule :

C'est la pendule n° 3
qui est à l'heure



-20 min	Pendule	+ 20 min
1h15 Pas de pendule	N° 1 1h35	1h55 pendule N° 3
2h25 Pas de pendule	N° 2 2h45	3h05 Pas de pendule
1h35 pendule N° 1	N° 3 1h55	2h15 pendule N° 4
1h55 Pas de pendule	N° 4 2h15	2h35 Pas de pendule
11h55 Pas de pendule	N° 5 12h15	12h35 Pas de pendule
1h40 Pas de pendule	N° 6 2h00	2h20 Pas de pendule

Problème 16

Pour ouvrir un coffre fort, vous devez trouver les trois chiffres du code. Voici les tentatives de quelqu'un qui n'a pas réussi :

- 123 : il n'avait aucun chiffre correct
- 456 : il avait un seul chiffre correct bien placé
- 612 : il avait un seul chiffre correct mais mal placé
- 547 : il avait un seul chiffre correct mais mal placé
- 849 : il avait un seul chiffre correct bien placé

Quel est le code du coffre ?

Reprenons l'énoncé :

Étape	Énoncé	Déduction
1	P1: 123 : il n'avait aucun chiffre correct P3: 612 : il avait un seul chiffre correct mais mal placé	<i>Le chiffre correct est le 6 (1 et 2 sont éliminés par P1)</i>
2	P2: 456 : il avait un seul chiffre correct bien placé	<i>Le 6 doit être en 3^{me} position Le 4 et 5 sont à éliminer</i>
3	P4: 547 : il avait un seul chiffre correct mais mal placé	<i>Le chiffre correct est 7 Il peut être en 1^{ère} ou 2^{ème} position</i>
4	P5: 849 : il avait un seul chiffre correct bien placé	<i>Le 4 étant éliminé à l'étape 2, Le 9 ne pouvant pas être retenu car il occupe la place du 6, c'est le 8 qui est correct et bien placé en 1^{ère} position</i>
5	Étape 3 et 4	<i>Le 7 est en 2^{me} position.</i>

Le code est donc 876